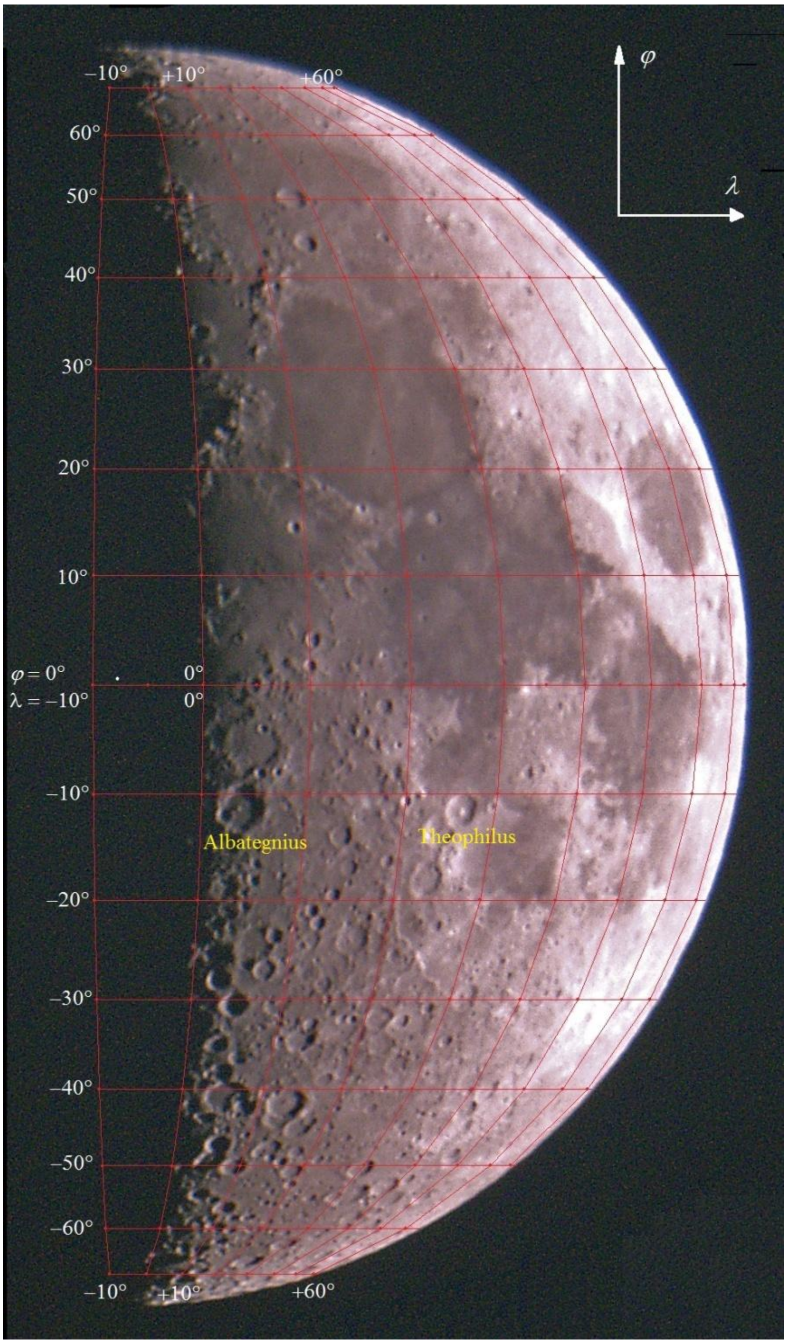
Erstellung eines selenografischen Koordinatensystems

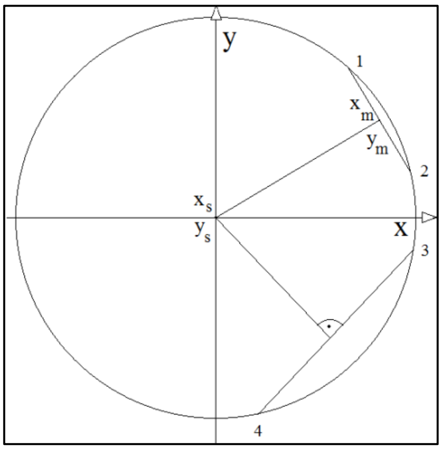


Für die Bestimmung von Objekten auf dem Mond wie z.B. von Kratern ist ein Koordinatensystem sehr hilfreich. Dieses soll daher über ein Foto des Mondes gezogen werden. Was Geographie für die Erde ist, ist Selenographie für den Mond. Die Erstellung eines Koordinatensystems wäre sehr einfach, wenn der Mittelpunkt der Mondsichel gleichzeitig der Koordinatenursprung wäre. Das ist wegen der Libration des Mondes jedoch nicht der Fall.

1) Bei der Mondaufnahme handelt es sich um eine Orthografische Projektion des Mondes auf eine ebene Fläche: $\boxed{x = R\cdot\cos\varphi\cdot\sin\lambda,\quad y = R\cdot\sin\varphi}$

x, y sind die kartesischen Koordinaten auf dem Foto in Pixelform, φ ist die selenografische Breite und λ die selenografische Länge im Bogenmaß bzw. Gradmaß. R ist der Radius des Kreises um den Mond.

2) Mit Hilfe von Mittelsenkrechten auf Sekantenabschnitten des Mondumfangs werden Mittelpunkt und Radius des Mondkreises bestimmt. Die Mitte ist durch einen weißen Punkt markiert, ist jedoch nicht der Ursprung des selenographischen Koordinatennetzes.
Der Radius ist jedoch wichtig für die Berechnung der selenografischen Koordinaten.



$$m_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \qquad x_{m1} = \frac{x_2 + x_1}{2} \qquad y_{m1} = \frac{y_2 - y_1}{2}$$

$$m_2 = \frac{y_4 - y_3}{x_4 - x_3} \qquad x_{m2} = \frac{x_4 + x_3}{2} \qquad y_{m2} = \frac{y_4 - y_3}{2}$$

$$x_s = \frac{m_1 \cdot x_{m1} - m_2 \cdot x_{m2} - y_{m1} + y_{m2}}{m_1 - m_2}$$

$$y_s = m_1(x_s - x_{m1}) + y_{m1}$$

$$R^2 = (x_s - x_1)^2 + (y_s - y_1)^2$$

Abb1. Skizze zur Bestimmung des Kreisradius und des Mittelpunkts und Formeln zu ihrer Berechnung

Der umfangreiche Formelapparat lässt sich leicht handhaben, wenn man eine Tabellenkalkulation (z.B. Excel) benutzt.

3) Die geneigte Mondsichel wird in die Vertikale gebracht. Das Koordinatensystem soll bezüglich der λ-Achse horizontal und bzgl. der φ-Achse vertikal orientiert sein. Dazu ist zunächst der nötige Drehwinkel zu bestimmen. Das geschieht, indem man von mindestens zwei Kratern die Koordinaten aus dem Internet bestimmt. Diese werden dann mit einer Geraden verbunden und die Steigung bestimmt. Aus der Zeichnung kann man ebenfalls die Steigung der Verbindungsgeraden mit Hilfe eines Grafikprogramms (z.B. Paint) ermitteln. Die Differenz der Steigungen liefert dann den Drehwinkel. Mit Hilfe von Fitswork wird das Foto um diesen Winkel gedreht.
Dieses etwas umständlich erscheinende Verfahren ist genauer als das Drehen nach bloßem Augenschein. Es empfiehlt sich, den Winkel nicht nur mit zwei Kratern und einer Geraden zu bestimmen. Besser ist es, zunächst von einigen Kratern die selenografischen Koordinaten aus dem Internet heraus zu suchen und dann mit möglichst verschiedenen Kombinationen von Kratern die Differenzen der Steigungen der Verbindungsgeraden zu ermitteln und anschließend den Mittelwert zu bilden.

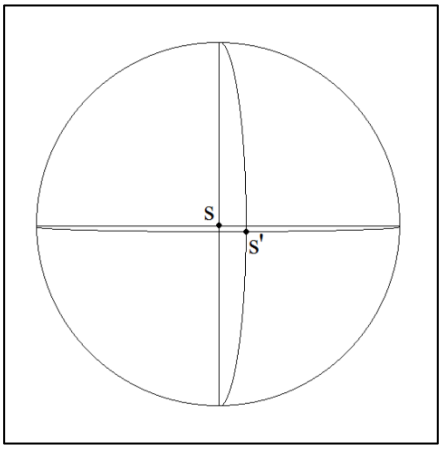


Abb2. S‘ ist der Koordinatenursprung des Selenographischen Koordinatennetzes

4) Wie oben schon erwähnt, liegen der Ursprung der selenographischen Koordinaten und der Mittelpunkt der Mondscheibe nicht aufeinander. Um die Verschiebung der Punkte zu bestimmen, werden zunächst die Koordinaten verschiedener Krater aus dem Internet heraus gesucht. Die kartesischen Koordinaten der Krater auf dem Foto werden in orthografische umgerechnet. Dazu dienen die Umkehrungen der Gleichungen der Orthografischen Projektion (siehe unten!). Es werden die Differenzen bezüglich φ bzw. λ ($\Delta\varphi$, $\Delta\lambda$) bestimmt. Mit dem Mittelwert kann man dann das endgültige Koordinatennetz berechnen.

$$\boxed{\varphi^* = \arcsin\frac{y}{R}\ , \quad \lambda^* = \arcsin\frac{x}{R\cdot\cos\varphi}\ , \quad \Delta\varphi = \varphi^* - \varphi'\ , \quad \Delta\lambda = \lambda^* - \lambda'}$$

x, y sind die Koordinaten des Kraters auf dem Foto. φ', λ' sind die selenographischen Koordinaten des Kraters aus dem Internet. Sie stimmen wegen der Libration des Mondes mit den berechneten orthografischen φ^* *bzw.* λ^* *in der Regel nicht überein.*

$$\boxed{x = R\cdot\cos(\varphi+\Delta\varphi)\cdot\sin(\lambda+\Delta\lambda), \quad y = R\cdot\sin(\lambda+\Delta\lambda)}$$

Dies sind die Formeln für die endgültige Berechnung des Koordinatennetzes. Man kann zweckmäßiger Weise dazu eine Tabellenkalkulation verwenden.

Wie oben schon erwähnt, sind φ und λ die Koordinaten des zu bestimmenden Koordinatennetzes. x und y sind die entsprechenden kartesischen Koordinaten, die mit einem Grafik-Programm (z.B. Paint von Microsoft) eingezeichnet werden.

Der Nutzen eines solchen Koordinatennetzes auf einem Foto ist unmittelbar einsichtig. Man kann z.B. die Abstände zwischen zwei Kratern abschätzen oder Krater „wiederentdecken" und ihre Position bestimmen.
Die Weite des Netzes wurde im Beispiel zu je 5° gewählt. Da der Radius des Mondes mit R = 1738 km bekannt ist, kann man mit Hilfe eines Dreisatzes leicht den Abstand zwischen zwei Knoten bestimmen und kann somit Abstände leicht abschätzen.

$$\frac{5°}{360°} = \frac{s}{2\pi\cdot R} \leftrightarrow s = \frac{R}{72}2\pi = 151{,}7\,km$$

Als Beispiel soll der Abstand zwischen den Kratern Albategnius und Theophilus bestimmt werden, die in der obigen Abbildung gekennzeichnet sind. Der Abstand auf dem Foto wird zu $\Delta\varphi = 0$ und $\Delta\lambda = 22°$ geschätzt. Daraus erhält man den Abstand von

$$S = \frac{151{,}7\,km}{5°}22° = 667{,}5\ km$$

Den Abstand kann man exakt mit Hilfe der selenografischen Koordinaten aus dem Internet gewinnen, wenn man die Formel für den Winkelabstand auf einer Kugel benutzt:

$$\boxed{\cos\Gamma = \sin\varphi_1\cdot\sin\varphi_2 + \cos\varphi_1\cdot\cos\varphi_2\cdot\cos(\lambda_2-\lambda_1)}$$

Dabei ist der Winkel Γ bestimmt als Winkel zwischen den Abständen des Kugelmittelpunkts zu zwei Punkten auf der Kugeloberfläche. Der Abstand S zwischen diesen beiden Punkten ist dann:

$$\boxed{S = R\cdot\Gamma}$$

Beispiel:

Albategnius: φ = -11,6°, λ = 3,8°;
Theophilus: φ = -11,48°, λ = 26,25°.

Mit den obigen Formeln erhält man: cos Γ = 0,927244, Γ = 0,383812 rad = 22,0°
S = 0,383812 rad · 1738 km = 667,0 km (!).

Dieser Wert stimmt mit dem oben abgeschätzten auf ca. 500 m (!) überein.

Mit Hilfe des Koordinatennetzes kann man leicht Krater bestimmen.
Beispiele:

Name des Kraters	φ aus Foto	λ aus Foto	φ aus Internet	λ aus Internet
Albategnius	-12	3	-11,6	3,8
Theophilus	-12	26	-11,48	26,25
Manilius	15	9	14,43	9,05
Aristillus	34	2	33,84	1,2
Plinius	15	24	15,4	23,7
Aliacensis	-31	4	-30,6	5,2
Piccolomini	-29	32	-29,7	32,3
Autolycus	30	2	30,7	1,5

Dr. Reinhard Pieper